BTS
SERVICES INFORMATIQUES
AUX ORGANISATIONS

ÉPREUVE E3 – MATHÉMATIQUES POUR L'INFORMATIQUE

2025

SUJET

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Ce document comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à 6/6.

Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule affirmation est exacte et aucune justification n'est demandée.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à l'affirmation exacte. Une réponse exacte vaut 1 point.
Une réponse fausse ou une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1.
Quel est le codage exact en binaire à virgule fixe du nombre décimal 13,375 ?

A : $1101{,}110$	B : $1101{,}101$	C : $1101{,}011$	D : Il n'y a pas de codage exact.

Pour les questions 2 et 3 suivantes on considère deux ensembles
E = {0 ; 1 ; 10 ; 11 ; 100 ; 101 ; 110 ; 111} et F = {0 ; 1 ; 2 ; 3} ainsi que l'application *p* de E vers F qui, à tout élément de E, associe la somme de ses chiffres.

2.
Quelle est l'affirmation exacte concernant l'application *p* ?

A : L'application *p* est injective et non surjective.	B : L'application *p* est surjective et non injective.	C : L'application *p* est bijective.	D : L'application *p* n'est ni injective, ni surjective.

3.
Combien d'éléments de E ont pour image 1 ou 3 par l'application *p* ?

A : 1	B : 2	C : 3	D : 4

Dans les questions 4 et 5, a, b et c sont trois variables booléennes.
4.
Parmi les expressions suivantes indiquer celle qui est une simplification de
$b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c}$:

A : $\bar{c} + abc$	B : $\bar{a}\bar{b} + c$	C : $c + ab\bar{c}$	D : $\bar{a}\bar{b} + \bar{c}$

5.
Parmi les expressions suivantes indiquer celle qui est une simplification de
$\overline{b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c}}$:

A : $c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$	B : $ac + \bar{b}\bar{c}$	C : $ac + bc$	D : $a\bar{b} + bc$

Exercice 2 (5 points)

Un codage affine est une méthode de chiffrement utilisée en cryptographie, qui consiste à remplacer chaque lettre du message en clair par une autre lettre de l'alphabet en utilisant une fonction affine. On associe à chaque lettre de l'alphabet une valeur numérique.
Seules les lettres majuscules seront utilisées dans cet exercice.
Voici le tableau de correspondance des lettres à leur rang.

lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Ensuite, on définit la fonction affine de codage de la lettre de rang n.

Soit f la fonction définie pour tout entier n compris entre 0 et 25 par :
$f(n) \equiv 7n + 5 \; [26]$ avec $0 \leq f(n) \leq 25$.

Exemple : La lettre E a pour rang 4 et
$7 \times 4 + 5 = 33 = 1 \times 26 + 7$ donc $7 \equiv 7 \times 4 + 5 \; [26]$. Comme $0 \leq 7 \leq 25$,
on a $f(4) = 7$ qui est le rang de la lettre H, donc E sera codé par H.

1. Coder ainsi les lettres C et T en détaillant les étapes.

2. Pour calculer le reste de la division euclidienne d'un entier N par 26, il suffit de soustraire 26 à N autant de fois que possible, c'est-à-dire tant que la différence demeure supérieure ou égale à 26.

   Exemple :
   Le reste de la division euclidienne de 80 par 26 s'obtient ainsi :
   80 – 26 = 54 Comme 54 ≥ 26, on soustrait alors 26 à 54.
   54 – 26 = 28 Comme 28 ≥ 26, on soustrait alors 26 à 28.
   28 – 26 = 2 Comme 2 < 26, on arrête.
   Le reste de la division euclidienne de 80 par 26 est 2.

   La fonction « reste_division_par_26 » de paramètre N, ci-après est écrite en langage naturel et emploie cette méthode pour renvoyer le reste de la division euclidienne de N par 26.

   Exemple : reste_division_par_26(80) renvoie la valeur entière 2.

   ```
   Fonction reste_division_par_26 (N)
           Tant que N… Faire
                   N ← …
           Fin de Tant que
           Renvoyer (N)
   Fin de la fonction
   ```

   Recopier et compléter les deux lignes contenant des pointillés de cette fonction.

3. La fonction « indice (lettre, chaine) » ci-dessous, renvoie le plus petit indice du caractère « lettre » dans la chaîne de caractères « chaine », lorsqu'il est présent dans « chaine » et elle renvoie le nombre de caractères de « chaine » sinon.

   La documentation de cette fonction précise que :
   - k est un entier.
   - lettre est une chaîne de caractères constituée d'un seul caractère.
   - chaine est une chaîne de caractères.
   - longueur (chaine) renvoie le nombre de caractères de chaine.

   Exemple : indice ("*S*", "*BTSSIO*") *renvoie la valeur 2, le plus petit indice de* "*S*" *dans* "*BTSSIO*" .

```
Fonction indice (lettre, chaine)
    k ← 0
   Tant que … longueur (chaine) et lettre  … Faire
              k ← k + 1
    Fin de Tant que
    Renvoyer (k)
Fin de Fonction
```

   a. Quelle est la valeur renvoyée par indice ("*A*", "*BTSSIO*") ?
   b. Recopier et compléter la ligne contenant les pointillés de la fonction indice.

Exercice 3 (10 points)

Partie A

Les étudiants d'une classe de BTS SIO doivent fabriquer avec une imprimante 3D trois pièces : un boîtier, son couvercle ainsi qu'un support mural.
Ces trois pièces seront respectivement désignées dans la suite du sujet par la pièce P_1, la pièce P_2 et la pièce P_3.
Le projet de conception et de fabrication des prototypes de ces trois pièces est détaillé dans le tableau ci-dessous :

Tâches	**Description**	**Durées en min**	**Prédécesseurs**
A	Création du fichier .stl de la pièce P_1.	120	Aucun
B	Création du fichier .stl de la pièce P_2.	75	Aucun
C	Création du fichier .stl de la pièce P_3.	150	Aucun
D	Paramétrage de l'impression des 3 pièces.	25	A, B, C
E	Impression des pièces P_1 et P_2.	128	D
F	Finition de la pièce P_1.	15	E
G	Finition de la pièce P_2.	5	E
H	Impression de la pièce P_3.	103	D
I	Finition de la pièce P_3.	15	H

1. a. Quels sont les successeurs de la tâche E ?
   b. On admet que le graphe associé à ce projet peut être ordonnancé. Déterminer le niveau de chaque tâche.

2. a. Tracer une représentation du graphe ordonnancé de ce projet, suivant la méthode PERT ou MPM en indiquant les dates au plus tôt et au plus tard de chaque tâche.
   b. Quelle est la durée prévisionnelle du projet, exprimée en heure et minute ?

3. a. Calculer la marge totale de chaque tâche.
   b. En déduire le chemin critique.
   c. Quelle est la tâche qui peut prendre le plus de retard, sans retarder la date prévisionnelle de la fin de projet ? Justifier et préciser la durée maximale du retard admissible pour cette tâche.

Partie B

Les étudiants fabriquent ensuite trois séries de pièces.

Ils disposent du bilan des coûts des différentes fabrications et souhaitent connaître le prix unitaire de chaque pièce P_1, P_2 et P_3.

Série 1 : la fabrication d'une pièce P_1, d'une pièce P_2 et d'une pièce P_3 a coûté 24 €.

Série 2 : la fabrication de deux pièces P_1 et de deux pièces P_3 a coûté 40 €.

Série 3 : la fabrication d'une pièce P_1 et de trois pièces P_2 a coûté 18 €.

On notera : x le coût de fabrication d'une pièce P_1, exprimé en euro.

y le coût de fabrication d'une pièce P_2, exprimé en euro.

z le coût de fabrication d'une pièce P_3, exprimé en euro.

1. Écrire un système d'équations (S), d'inconnues x, y et z, permettant de traduire les coûts de fabrication des trois séries.

Pour la suite de cette partie, on notera :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 24 \\ 40 \\ 18 \end{pmatrix}$$

On admet que le système (S) peut se traduire matriciellement par l'égalité $M \times X = P$.

2. On pose $N = \begin{pmatrix} -3 & 1{,}5 & 1 \\ 1 & -0{,}5 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a. Calculer le produit matriciel $N \times M$. Que peut-on en déduire ?

b. Prouver que l'équation $M \times X = P$ d'inconnue X a pour solution $X = N \times P$.

c. En déduire les prix en euro de chacune des pièces P_1, P_2 et P_3.