

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS
--

EF2 – Mathématiques approfondies

SESSION 2026

Durée : 2 heures

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet se compose de 5 pages, numérotées de 1/5 à 5/5.

Exercice 1 (10 points)

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Une entreprise utilise un système d'information pour traiter les commandes de ses clients. L'entreprise dispose de deux serveurs (notés A et B) qui traitent les commandes, celles-ci peuvent être traitées avec succès ou échouer à différentes étapes.

On souhaite modéliser le fonctionnement du système et analyser les temps de traitement.

Les résultats seront arrondis si nécessaire au millième.

Partie A

Le serveur A traite 60 % des commandes dont 90 % sont traitées avec succès.
95 % des commandes du serveur B sont traitées avec succès.

On considère les événements :

- A : « La commande a été traitée par le serveur A ».
- B : « La commande a été traitée par le serveur B ».
- R : « La commande a été passée avec succès ».

On choisit au hasard une commande parmi celles qui ont été traitées par les serveurs de l'entreprise.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que la commande ait été traitée par le serveur A et ait été passée avec succès.
3. Montrer que $P(R) = 0,92$.
4. Le directeur de l'entreprise affirme que le serveur A a traité plus de la moitié des commandes passées avec succès.
A-t-il raison ? Justifier la réponse par un calcul.

Partie B

Le temps (en minutes) écoulé entre deux commandes arrivant dans le système est modélisé par une variable aléatoire, notée T , qui suit une loi exponentielle de paramètre λ ($\lambda > 0$).

On rappelle que pour tout réel t positif, $P(T \leq t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

On rappelle également la propriété de non-vieillessement de la loi exponentielle : pour tous nombres réels positifs t et h , $P_{(T>t)}(T > t + h) = P(T > h)$.

1. On sait que la probabilité qu'il s'écoule moins de 10 minutes entre deux commandes vaut 0,45. Déterminer la valeur exacte de λ .

On prendra $\lambda = 0,06$ pour la suite de l'exercice.

2. Quelle est la probabilité qu'il s'écoule au moins 15 minutes entre deux commandes ?

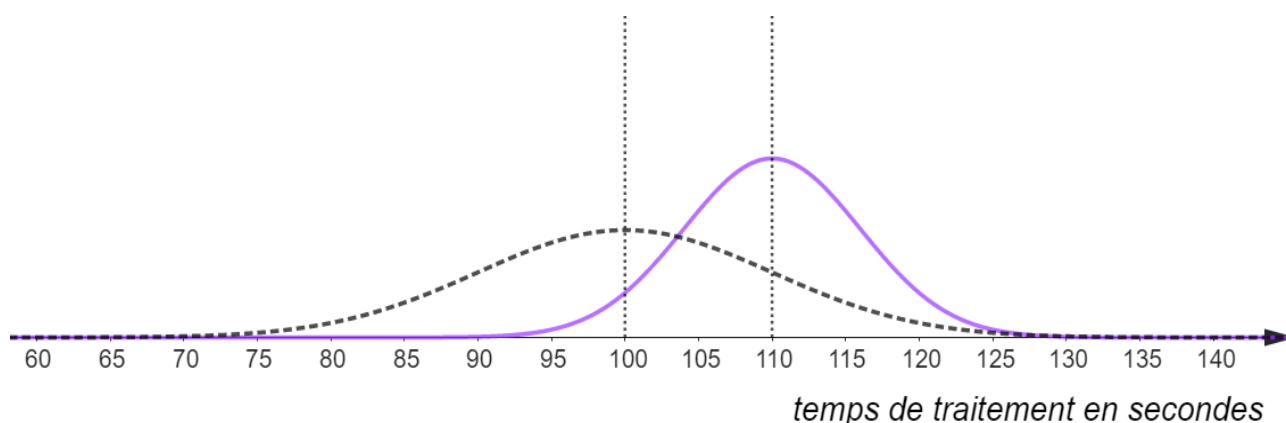
BTS Services informatiques aux organisations		Session 2026
EF2 – Mathématiques approfondies	26SIEF2MAPPRPO	Page 2 sur 5

3. Calculer la probabilité que le temps entre deux commandes soit supérieur ou égal à 15 minutes sachant qu'il y a déjà au moins 5 minutes d'écoulées.

Partie C

Le temps de traitement d'une commande (en secondes) du serveur A (respectivement B), est modélisé par une variable aléatoire notée X_A (respectivement X_B), qui suit une loi normale d'espérance μ_A (respectivement μ_B) et d'écart-type $\sigma_A = 6$ (respectivement $\sigma_B = 15$).

On nomme C_A et C_B les courbes représentatives des fonctions de densité des variables aléatoires X_A et X_B représentées dans la figure ci-dessous.



- À quelle variable aléatoire correspond la courbe en pointillés ? Justifier votre réponse.
 - En déduire que $\mu_A = 110$ et $\mu_B = 100$.
- Quelle est la probabilité que le temps de traitement d'une commande traitée par le serveur A soit de moins de deux minutes ?
- Déterminer le temps de traitement nécessaire t , pour qu'au moins 95 % des commandes soient traitées par le serveur B en moins de t secondes.

Exercice 2 (10 points)

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Une entreprise développe une application qui collecte et stocke automatiquement des données utilisateurs sur un serveur local d'une capacité totale de 2 To (2000 Go).

Partie A

On modélise l'évolution du volume total de données par une suite (u_n) géométrique de raison $q = 1,24$ et de premier terme $u_0 = 3,15$.

u_n désigne la quantité de données (en Go) stockées sur le serveur le jour n , où n désigne un entier naturel.

Ainsi le premier jour correspond à $n = 0$ et la quantité de données est alors $u_0 = 3,15$ Go.

1. Exprimer u_n en fonction de n .
2. Calculer la quantité de données stockées le 24^{ème} jour. *On arrondira le résultat à l'unité.*
3. Déterminer à partir de quel jour la capacité de stockage aura atteint la capacité maximale de stockage, c'est à dire 2 To.

À partir du 24^{ème} jour, l'entreprise décide de mettre en place un système automatique pour nettoyer le serveur.

Deux procédés sont proposés par l'informaticien, décrits chacun dans les parties B et C suivantes.

Partie B : 1^{er} procédé

Chaque nuit, 5 % des données stockées sont supprimées (données obsolètes).

En parallèle, l'application continue de collecter chaque jour une quantité fixe de 100 Go de nouvelles données.

On modélise l'évolution de la quantité de données (en Go), stockées sur le serveur, par la suite (v_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 23$, par :

$$v_{n+1} = 0,95v_n + 100 \text{ et } v_{23} = 444.$$

1. Expliquer en quoi cette modélisation correspond à la situation étudiée.

On admet que le terme général de la suite (v_n) est défini pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 23 par : $v_n = 2000 - 5063 \times 0,95^n$.

2. Justifier qu'avec ce procédé, la quantité de données augmente mais que la capacité maximale de stockage ne sera pas atteinte.

Partie C : 2^e procédé

Un programme nettoie de manière continue le serveur. La quantité de données, à chaque instant t , est modélisée par la fonction f définie pour tout réel $t \geq 23$, par :

$$f(t) = 2000 - 4914 e^{-0,05t}.$$

1. a. Montrer que pour tout réel $t \geq 23$, $f'(t) = 245,7 e^{-0,05t}$.
b. Que peut-on en déduire sur les variations de la quantité de données ?
2. a. Résoudre l'inéquation $2000 - 4914 e^{-0,05t} > 2000$.
b. Que peut-on en conclure ?